OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA JUDEȚEANĂ 06.03.2026
CLASA a VII-a

1. Tétel (25 puncte)

Bizonyítsátok be, hogy a és b racionális számok, ahol

$a = \sqrt{101 + 2 + 4 + 6 + \cdots + 200}$, valamint $b = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}+\sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{15}+\sqrt{35}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{7}} - \sqrt{5}$.

2. Tétel (25 puncte)

A $C(O,R)$ körben beírjuk az ABC derékszögű háromszöget, ahol $\sphericalangle BAC = 90°$ és $\sphericalangle ABC = 30°$. Ha I az ABC háromszögbe írt kör középpontja, akkor bizonyítsátok be, hogy $AI \equiv IO$.

3. Tétel (20 puncte)

a) Bizonyítsátok be, hogy $\frac{100^2}{199 \cdot 201} = \frac{1}{4}\left(\frac{100}{199} + \frac{100}{201}\right)$.

b) Adott az $A = \frac{2^2}{1 \cdot 3} + \frac{4^2}{3 \cdot 5} + \frac{6^2}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{2024^2}{2023 \cdot 2025}$ szám. Határozzátok meg az A szám egész részét.

4. Tétel (20 puncte)

Az ABC hegyesszögű háromszög AB és AC oldalain kívülről megszerkesztjük az $ABMN$ és az $ACPQ$ négyzeteket, O, illetve O' középpontokkal. Ha D a BC oldal felezőpontja, akkor bizonyítsátok be, hogy a DOO' háromszög egyenlő szárú.

Subiectele au fost - propuse de prof. Ioan Balica - Inspectoratul Școlar Județean Cluj
prof. Paula Balica - Școala Gimnazială Ion Agârbiceanu Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.
Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Succes!